

## JEUX ET ENJEUX DE LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DE RÉFÉRENCES PARTAGÉES EN GÉOMÉTRIE

Anne-Cécile Mathé\*

### LANGUAGE GAMES AND CHALLENGES IN THE PROCESS OF BUILDING SHARED REFERENCES IN GEOMETRY

**Abstract** – The beginning of geometry in primary school can be seen as an *acculturation* process that, from activities on selected physical objects, consists in building a way of seeing, acting, and speaking specific to geometry. To assist students in developing this new relationship to objects, the theory of didactical situations highlights the constraints imposed on the students' physical action. In this paper, special attention is drawn to the fact that in many cases, interactions between students and the milieu are also affected by the language used, particularly via discursive interactions between students and the teacher or among the students themselves. To what extent can these interactions take part in the knowledge-building process in geometry?

Starting from the established fact that logical semantics and the theory of didactical situations' seen as two anthropological approaches to human activity and learning' are based on highly compatible epistemological grounds, this paper considers the opportunities offered by the use of theoretical tools taken from the work of Wittgenstein or Quine to conceive the links between material and language actions in the primary school geometry classroom.

**Key words:** geometry, primary school, language games, acculturation.

### JUEGOS Y CUESTIONES DE LENGUA EN LA CONSTRUCCIÓN DE REFERENCIAS EN GEOMETRÍA

**Resumen** – La entrada a la geometría en la escuela primaria puede ser vista como un proceso de aculturación que consiste, a partir de las actividades relacionadas con los objetos físicos elegidos para construir un modo de ver, actuar, hablar específica a la geometría. Para ayudar a los alumnos en la evolución con respecto a los objetos, la atención se centra, en la teoría de

---

\* IUFM Nord-Pas-de-Calais, Laboratoire de Mathématiques de Lens, Université d'Artois, [acecile.mathe@lille.iufm.fr](mailto:acecile.mathe@lille.iufm.fr)

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

situaciones didácticas, sobre las restricciones impuestas en la manipulación material de los alumnos. El presente trabajo se propone prestar especial atención al hecho de que muchas de las interacciones entre los alumnos y el medio ambiente también se efectúa mediante el lenguaje, en particular a través de interacciones discursivas entre alumnos y el medio o entre los mismos alumnos. En qué medida estas interacciones pueden participar en el proceso de construcción del conocimiento de la geometría?

Apoyándose en el hallazgo de una fuerte compatibilidad de los anclajes epistemológicos de la semántica lógica y de la Teoría de las Situaciones Didácticas, vistos como dos enfoques antropológicos de la actividad humana y del aprendizaje, este trabajo explora las posibilidades que ofrece el uso de herramientas teóricas de la obra de Wittgenstein o de Quine a considerar entre acciones físicas y del lenguaje en la clase de geometría en la escuela.

**Palabras-claves:** geometría, escuela primaria, juegos de lenguaje, aculturación.

## RESUME

L'entrée dans la géométrie à l'école primaire peut être vue comme un processus d'*acculturation* consistant, à partir d'activités portant sur des objets matériels choisis, à construire une manière de voir, d'agir, de parler spécifique à la géométrie. Pour accompagner les élèves dans cette évolution du rapport aux objets, l'accent est mis, en Théorie des Situations Didactiques, sur les contraintes posées sur l'action matérielle des élèves. Le travail présenté propose de porter une attention particulière au fait qu'une grande partie des interactions entre les élèves et le milieu s'effectue également par le langage, notamment par le biais d'interactions discursives entre l'élève et le maître ou les élèves entre eux. Dans quelle mesure ces interactions peuvent-elles participer au processus de construction de connaissances en géométrie ?

S'appuyant sur le constat d'une forte compatibilité des ancrages épistémologiques de la sémantique logique et de la Théorie des Situations Didactiques, vus comme deux approches anthropologiques de l'activité humaine et de l'apprentissage, cet article explore les possibilités offertes par le recours à des outils théoriques issus de travaux de Wittgenstein ou Quine pour penser l'articulation entre actions matérielles et langagières en classe de géométrie à l'école.

**Mots-Clés :** géométrie, école primaire, jeux de langage, acculturation

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

## INTRODUCTION

Le domaine de la géométrie à l'école, parce qu'il conjugue de façon forte un travail sur les objets matériels et la construction d'objets géométriques théoriques, offre un champ d'étude privilégié à l'analyse des conditions permettant d'articuler situations d'action et processus de conceptualisation en classe de mathématiques. Depuis le travail précurseur de Berthelot et Salin (1992), des recherches en didactique des mathématiques, de plus en plus nombreuses, ont investi ce domaine (par exemple Laborde 2000, Duval 1995, Duval, Godin & Perrin-Glorian 2005, Houdement & Kuzniak 2006). Toutes mettent en évidence le caractère fondamentalement problématique du jeu entre manipulation d'objets matériels et accès au domaine spécifique de connaissances que constitue la géométrie. La principale difficulté pourrait être exprimée en termes d'écart entre les interprétations que font les élèves des objets matériels, la signification qu'ils donnent aux manipulations et la signification que nous, enseignants ou didacticiens qui nous plaçons dans le champ spécifique de la géométrie, voulons leur donner.

Sur le modèle de Granger repris par Tisseron (2005), nous considérons que les objets matériels (dessins, objets manipulables, etc.), pour être utilisés par les élèves, sont inséparables des connaissances à leur sujet et des schèmes d'action permettant de s'en servir. L'objet matériel est alors vu comme partie constitutive d'un *système* comprenant des éléments matériels ou symboliques et des règles de manipulation dépendant du contexte de l'action. Un objet peut ainsi donner lieu à différents discours significatifs, selon l'ontologie dans laquelle nous nous plaçons. Faire entrer les élèves dans la géométrie à l'école primaire peut alors être vu comme une *acculturation*, consistant en une modification profonde des *systèmes* dans lesquels s'insèrent les objets de la situation, vers des manières de voir, d'agir, de parler conformes au cadre de pensée de la géométrie. Ce cheminement ne peut s'opérer que dans un mouvement de va-et-vient entre monde matériel et monde de la géométrie, à travers une succession d'interactions entre l'élève et des milieux matériels (au sens de Margolinas 1995) qui ont été choisis. Comment alors penser le fonctionnement de telles interactions ?

Les travaux en didactique de la géométrie à l'école primaire ont notamment permis la déclinaison d'activités extrêmement riches pour les classes, pensant l'articulation entre actions portant sur des objets

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

matériels choisis et savoirs géométriques enjeux d'apprentissage (Ermel 2006, Duval, Godin & Perrin-Glorian 2005). Cependant, comme le souligne également Conne (2008), les expérimentations que nous avons pu faire ces dernières années en classe, notamment dans le Nord de la France, au sein d'un groupe de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école<sup>1</sup>, nous permettent de saisir à quel point la question de cette articulation entre monde matériel et monde de la géométrie reste fondamentalement problématique. De façon récurrente, nous avons pu constater, particulièrement lors de l'observation de phases de mise en commun et d'institutionnalisation, que le passage des techniques locales de résolution de problèmes sur des objets matériels à l'explicitation des propriétés sur les concepts géométriques en jeu reste très artificiel. Par ailleurs, l'action sur les objets s'avère parfois impossible car elle nécessite de la part des élèves la mise en fonctionnement de concepts supposés accessibles mais dont le sens se révèle non partagé et donc la connaissance s'avère non opératoire en situation d'action, comme nous le verrons dans la seconde partie de ce texte. Aménager un lieu dans lequel les élèves modifient leurs modalités d'action sur des objets choisis, pour résoudre un problème donné, participe sans aucun doute à l'évolution de la façon dont ils appréhendent ces objets, vers des modes d'interprétation davantage conformes au cadre spécifique de la géométrie. Mais ceci ne saurait suffire à assurer les conditions de construction de connaissances portant sur des objets géométriques à partir d'actions dans le monde matériel. Comment alors penser et organiser des modalités d'interaction entre élèves et milieu, au sens de Brousseau (98), permettant de faire des situations d'action un lieu d'apprentissage effectif en géométrie ?

## PROBLEMATIQUE

La partie tangible des modalités d'interaction des élèves avec les objets matériels de la situation admet, à mon sens, deux dimensions : une dimension matérielle, relative aux modalités d'action matérielle des élèves (leur mode d'usage des instruments, leur méthode de classement de solides, leur méthode de construction de figures), et une

---

<sup>1</sup> Participent ou ont participé à ce groupe, outre l'auteure, Jean-Robert Delplace, Raymond Duval, Claire Gaudeul, Marc Godin, Bachir Keskessa, Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Christine Mangiante, Régis Leclercq, Odile Verbaere.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

dimension langagière, relevant de la façon dont les élèves désignent les objets et la signification qu'ils assignent aux termes employés. Or, le langage autour de situations d'action en classe de géométrie n'est bien souvent perçu que comme un simple véhicule d'informations, de connaissances, voire de savoirs, qui se construiraient ailleurs. Le travail présenté dans cet article vise à interroger l'hypothèse selon laquelle le processus de construction de connaissances géométriques autour de situations d'action, à l'école, se réalise à la fois à travers l'évolution de la manière dont les élèves agissent sur les objets matériels de la situation et, de façon conjuguée, dans un processus de négociation *dans et sur le langage*.

Que se joue-t-il dans les interactions discursives autour de situations d'action en classe de géométrie à la fin de l'école primaire ? Dans quelle mesure ces interactions participent-elles au processus de construction de connaissances portant sur des objets géométriques, à partir de situations d'action sur des objets matériels ? Quelles sont les caractéristiques du langage permettant cette construction ?

Jusqu'à présent, le rôle du langage dans le processus d'apprentissage en géométrie a surtout été questionné dans le cadre de problématiques liées à l'initiation au raisonnement déductif au collège (Arsac, Colonna, Germain, Guichard & Mante 1992, Pedemonte 2002, Robotti 2008). L'article présenté ici propose d'interroger la manière dont les interactions langagières peuvent constituer un lieu permettant de questionner, avec les élèves, le sens des objets géométriques convoqués pour l'action. Il s'insère ainsi dans une étude des modalités de construction des prémisses sur lesquelles s'appuieront les raisonnements déductifs au collège.

Cette entreprise nécessite de se donner les moyens de mieux comprendre les caractéristiques du fonctionnement du langage et la manière dont il permet, dans un contexte donné, le partage de connaissances mathématiques sur de mêmes objets extra-linguistiques.

Au niveau international, un nombre croissant de travaux, depuis une dizaine d'années, questionnent la dimension cognitive du langage en classe de mathématiques (i.e. Sfard 2001, Morgan 2006) ou étudie le langage comme outil de gestion de la relation entre enseignant et élèves (i.e. Forman & Ansell 2001, Giroux 2004). En France, quelques travaux de recherche en didactique des mathématiques prennent le langage comme objet d'étude (i.e. les travaux de Duval 1993 et 1995, Laborde 1982). Toutefois, très peu de ces auteurs proposent des outils d'analyse spécifiques et adaptés à l'étude des

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

échanges discursifs en classe de mathématiques. Ces dernières années, quelques travaux explorent cependant les potentialités offertes par le recours à des outils issus de la sémantique logique pour l'analyse didactique d'interactions langagières en classe. Je mentionnerai en particulier ceux de Tisseron, Soudani & Soudani (2006), Bruguière (2006), Errera et Héraud (2006), figurant dans l'ouvrage collectif Durand-Guerrier, Héraud & Tisseron (2006), qui établissent des ponts entre outils de la sémantique logique et didactique des disciplines scientifiques. Les travaux présentés ici s'insèrent dans cette direction de recherche.

La première partie de ce texte sera consacrée à l'éclairage d'outils théoriques issus de la sémantique logique, à travers des auteurs tels que Wittgenstein et Quine, pour l'analyse didactique de situations d'apprentissage.

En m'appuyant sur des éléments d'analyse d'une situation de classement de solides au cycle 3 (Mathé, 2006a, 2006b), je montrerai, dans une seconde partie, qu'un travail sur le langage autour d'une situation d'action en géométrie peut constituer un lieu d'apprentissage extrêmement riche, fruit d'un questionnement sur les manières de voir et de parler en géométrie. L'analyse de la situation présentée me conduira à dégager trois enjeux didactiques des interactions langagières construites autour de l'activité de classement : l'expression par les élèves de leurs interprétations spontanées des objets de la situation, la mise en évidence de discours contradictoires sur les objets et la prise de conscience du caractère contextuel de la référence, le dépassement de ces contradictions pour l'élaboration de références partagées, opératoires pour l'action et conformes au cadre théorique de la géométrie.

## ACCULTURATION ET LANGAGE EN CLASSE DE GÉOMÉTRIE : OUTILS THÉORIQUES ISSUS DE LA SÉMANTIQUE LOGIQUE

Vers quels outils théoriques se tourner pour mieux saisir le fonctionnement du langage et intégrer une dimension langagière à l'analyse didactique du processus de construction de connaissances ? Je propose, dans cette partie, de porter une attention particulière à

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

quelques outils théoriques issus de la sémantique logique<sup>2</sup> qui, depuis Frege, s'attache à analyser les mécanismes logiques qui relient, dans l'usage cognitif du langage, le *signe*, son *sens* (ce que dit le signe) et sa *référence* (l'objet extralinguistique qu'il désigne). Le dessein de cette première partie n'est bien évidemment pas de décrire de façon exhaustive l'approche proposée par la sémantique logique mais de mettre en évidence la forte comptabilité de ce cadre de pensée avec la Théorie des Situations Didactiques et de présenter des outils théoriques que je ferai fonctionner, dans la suite de ce texte, pour l'analyse didactique d'une situation d'apprentissage.

Après avoir vu en quels termes la sémantique logique se développe dès la fin du XIX<sup>e</sup> siècle contre les théories de la représentation mentale, dans l'affirmation de la fonction référentielle du langage, je présenterai succinctement deux façons d'appréhender le caractère contextuel de la référence : dans le cadre des *jeux de langage* chez Wittgenstein (1921 et 1953), selon la thèse de *l'indétermination de la traduction* chez Quine (1961 et 1969).

Je m'efforcerai également, dans cette partie, de mettre en évidence la forte cohérence entre les ancrages épistémologiques de la Théorie des Situations Didactiques et ceux de la sémantique logique, notamment ceux de l'approche anthropologique de l'activité humaine de Wittgenstein, cohérence qui rend possible l'intégration de ces outils théoriques dans l'analyse didactique de situations. Si ces outils théoriques ne livrent pas d'outils méthodologiques clés en main pour l'analyse didactique de situations, la seconde partie de cet article montre que, conjugués à des outils théoriques issus de la Théorie des Situations Didactiques, ils donnent un cadre permettant de penser et de mieux comprendre ce qui se joue dans les interactions langagières en classe.

### 1. La fonction référentielle du langage

Comme l'explique Benoist (2004), le mouvement de la sémantique logique naît du rejet, formulé par des auteurs tels que Frege, Husserl, Russell, des théories de la représentation mentale et, en contrepartie, du besoin de l'explicitation de *l'exigence de la référence*.

Quelque chose se passe à la fin du siècle dernier [le XIX<sup>e</sup> siècle] en logique et en théorie de la connaissance. Toute une série d'auteurs

---

2 Je reprends la classification de Héraud (2005), qui propose de réunir des auteurs comme Frege, Wittgenstein et Quine sous le courant de la « sémantique logique ».

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

dont les noms vont compter au XX<sup>e</sup> siècle dans ces domaines, que ce soit dans un camp ou dans l'autre de la philosophie contemporaine, vont se trouver tous d'accord sur un point fondamental : il faut rompre avec le psychologisme de la logique traditionnelle. Cette thèse anti-psychologiste, qui n'est pas la seule assurément, mais qui a triomphé, se présente essentiellement sous les auspices de ce qu'on pourrait appeler une exigence de référence. Il faut bien que notre discours, nos mots, renvoient à quelque chose, qu'il y ait quelque chose « en face d'eux » qui ne se dissolve pas dans le brouillard de nos représentations. Donc, l'explication traditionnelle de la logique (en termes de représentations et d'opérations mentales, sans prise en compte de la référence extérieure à cet univers) est inacceptable. (Op. cité p.86)

Frege (1971), puis des auteurs tels Wittgenstein ou Quine, condamnent l'idée selon laquelle la connaissance ne procède que d'une activité interne à la pensée, dans le milieu de la représentation mentale.

A la suite de Frege, Wittgenstein refuse tout privilège accordé aux processus intérieurs de la psychologie et « toute priorité donnée aux images mentales privées, internes, attribuant un pouvoir causal aux faits internes dans l'explication de faits externes » (Pastorini 2007, p.6). Plus généralement, il s'oppose à toute attitude qui fragmente l'intérieur et l'extérieur, non qu'il nie l'existence de représentations, d'une intériorité, mais leur refuse toute valeur objective, parce qu'elles sont indicibles. Il défend « l'impossibilité d'accéder aux faits qui concernent la personne (processus interne) en ne tenant pas compte de la communauté à laquelle elle appartient » (Ibid., p.9). Le langage, public de part en part, est le lieu d'expression de la signification et le siège de l'intersubjectivité. L'approche proposée consiste à déplacer l'étude du fonctionnement cognitif en reportant l'activité de la pensée du monde de la représentation mentale à celui de l'expression linguistique et de sa fonction signifiante.

Sémantique logique et Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) se rejoignent ainsi dans le refus d'une approche psychologiste des phénomènes de significations et d'apprentissage (Barrier, 2011). En effet, quelques décennies après Wittgenstein, Brousseau assoit la Théorie des Situations sur un renversement, notamment vis-à-vis des approches psychologues, du regard porté sur la connaissance et ses relations aux « situations » :

(Ũ ) un renversement de point de vue a rendu ce projet concevable : Alors que Skinner, Roseblatt, Chomski, Suppes, Arbib, Estes, Papert ũ s'employaient à modéliser le comportement humain ~ et ses

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.



connaissances – par des stimulus-response models, des perceptrons, des automates ou des modèles stochastiques divers, il m'a semblé que l'on pourrait aussi modéliser les situations de la même façon, et particulièrement le milieu antagoniste du sujet. Ne peut-on pas étudier le jeu d'échec indépendamment du joueur ? » (Brousseau 1997, p.4).

Comme le souligne Sarrazy :

Wittgenstein, Brousseau. [ ] l'un comme l'autre sont de fervents opposants au mentalisme, au psychologisme et ont toujours scrupuleusement évité le recours à une quelconque transcendance pour clarifier les questions de significations (Sarrazy 2005, p.377).

Ces cadres théoriques semblent donc le fruit de démarches *a priori* compatibles ; mais allons plus loin. Que nous apporte la sémantique logique pour une meilleure compréhension de ce qui se joue dans les interactions langagières en classe de géométrie ?

Wittgenstein comme Quine s'intéresse au rôle du langage dans la construction de significations. La question qui semble réunir ces auteurs n'est plus de savoir comment le réel peut se représenter dans le milieu interne de la pensée, mais comment le langage peut représenter le monde de façon partagée et opératoire.

## 2. Le langage comme partie de l'activité humaine et la notion de jeu de langage chez Wittgenstein

Wittgenstein propose une vision profondément anthropologique de l'activité humaine, de la signification et de l'apprentissage. Pour lui, la signification d'un mot ne réside pas dans sa référence mais dans son emploi dans le langage. Les mots sont intégrés dans le langage par des règles qui dépendent du *jeu de langage* dans lequel ils sont convoqués. Wittgenstein considère le langage comme partie prenante d'une activité, ou *forme de vie* :

L'expression :jeu de langage doit ici faire ressortir que parler un langage fait partie d'une activité, d'une forme de vie. (Wittgenstein 1953, §23).

Décrire un objet d'après son apparence, ou d'après des mesures, construire un objet d'après une description, rendre compte d'un processus, traduire d'une langue dans une autre, demander, remercier, jurer, saluer, prier, voilà la diversité des *jeux de langage* (Wittgenstein, 1953, §23). Les *jeux de langage* sont eux-mêmes dépendants d'une *forme de vie*, c'est-à-dire d'une pratique sociale historiquement et culturellement déterminée.

Les significations d'un mot prennent corps dans une multiplicité de *jeux de langage*, sans que jamais l'on ne puisse fixer l'élément

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

commun qui transcenderait les pratiques. Ainsi, le fait que le sens d'une phrase soit immédiat ne veut absolument pas dire qu'il soit le même pour tous. Des contextes différents peuvent par exemple induire des interprétations contradictoires de la phrase « je suis là » (Wittgenstein, 1953), par exemple *je suis là, présent à côté de toi et je suis là, dans la pièce d'à côté*.

Enfin, Wittgenstein insiste sur la nécessité de ne jamais dissocier le langage de la globalité d'une pratique linguistique et extralinguistique, c'est-à-dire de l'activité humaine qui se trouve en jeu dans son usage. Les *jeux de langage* ne sont pas uniquement linguistiques. Apprendre un langage, c'est non seulement apprendre le fonctionnement de la langue mais aussi apprendre une *forme de vie*. Considérée du point de vue de l'apprentissage, cette thèse permet à Wittgenstein d'affirmer que l'on apprend dans la pratique et par la pratique. Elle met donc en cause l'idée selon laquelle la compréhension des significations passe par une activité mentale d'ordre réflexif, fonctionnant dans l'intériorité de la pensée.

Lorsque Wittgenstein montre qu'apprendre le langage n'est pas apprendre à prononcer des mots dans un certain ordre, ou apprendre la signification des mots, il veut dire avant tout que l'apprentissage du langage est apprentissage d'une forme de vie dans laquelle ces mots, ces expressions ont leur place. (Laugier 1992, p.85).

Comme le précise Errera et Héraud (2006), étudier un *jeu de langage*, c'est étudier les règles définissant le bon usage des mots dans un contexte déterminé.

### 3. La thèse de l'indétermination de la traduction chez Quine

Pour Quine (1961, 1969), le langage est une forme de connaissance, une structuration ou une vision du monde. Apprendre un langage, c'est percevoir le monde d'une certaine façon, en prendre connaissance selon certaines modalités. Le langage passe par une théorisation du monde, consistant à y construire ou à y projeter des objets théoriques. À l'intérieur de la communauté linguistique, le langage, comme la connaissance du monde qu'il nous offre, est partagé et commun. En apprenant le langage, nous apprenons à voir, donc à connaître le monde comme les autres.

La science est pour Quine une construction historique qui trouve son origine dans le langage ordinaire. Elle se construit à partir d'énoncés observationnels, explicitant des faits dégagés de l'observation, qu'elle confronte, systématise et tente d'expliquer. Les énoncés observationnels constituent le point d'ancrage de la

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

construction théorique. Mais la construction théorique modifie la signification de ces énoncés observationnels. S'opère ainsi, au cours du développement scientifique, une réorganisation des énoncés observationnels qui les inclut dans une trame de raisonnement qui en change éventuellement le sens. Les énoncés observationnels acquièrent alors un autre statut qui peut modifier complètement la compréhension des mots dont ils sont composés. L'énoncé observationnel « *le soleil se couche* » ne veut plus dire la même chose aujourd'hui qu'il y a quelques siècles : on ne comprend plus la même chose parce que la théorie dont fait partie cette observation, qui la sous-entend et contribue ainsi à lui donner du sens, n'est plus la même (Errera & Héraud 2006). Sous l'expression *sous-détermination empirique*, Quine (1969) exprime donc l'idée selon laquelle les liens de la théorie avec l'observation sont relativement lâches : on ne peut pas changer les données des sens, les *stimulations sensorielles*, mais on peut les interpréter différemment en fonction de leur insertion à une théorie ou vision du monde dans laquelle nous nous plaçons.

Conséquence de la *sous-détermination de l'empirique*, deux ensembles d'hypothèses incompatibles, parce que reposant sur des théories (ou façons de voir le monde) différentes, peuvent rendre compte des mêmes données sensorielles. La traduction d'un énoncé observationnel, c'est-à-dire le décryptage de son sens, est ainsi indéterminée.

Reprenons l'exemple célèbre de l'expression *Gavagai* (Héraud 2005). Quine imagine un linguiste qui, ne connaissant rien d'une langue étudiée, se trouve impuissant à traduire de façon certaine et univoque l'expression *Gavagai*, pourtant relative à une observation partagée et qui semble évidente : un lapin qui défile. Le linguiste essaie de traduire cette expression, c'est-à-dire qu'il essaie de rendre compte dans son propre système linguistique d'un certain comportement linguistique des indigènes. Étant donné les circonstances, il semble légitime de la traduire par *tiens, un lapin* ou par *voilà un lapin*. Pour autant, est-on capable de comprendre l'ontologie de la langue indigène, c'est-à-dire de voir à quel type d'objet elle fait référence ? Quine affirme que c'est impossible. En l'occurrence, l'expression pourrait tout aussi bien être traduite par *voilà le lapin* (celui-là en particulier), *du lapin* (matière animale uniforme), *un lapin* (un élément quelconque de la famille des lapins), *une partie de lapin*, *un segment temporel de lapin*... Il n'y a pas d'élément déterminant qui permette de choisir l'une ou l'autre interprétation, puisque « l'observation réelle ou possible ne permet pas

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

de décider en faveur d'une théorie ou d'une autre » (Laugier 1995, p.84), d'une traduction ou d'une autre. Il est possible que plusieurs hypothèses de traductions incompatibles soient correctes, parce qu'assumant des ontologies différentes. Toutefois, la traduction est certes indéterminée mais n'est pas arbitraire : elle est conforme à un cadre langagier, et donc à une vision du monde donnée.

Par ailleurs, pour Quine, traduire suppose toujours que l'on puisse interpréter de nouvelles significations dans un langage d'arrière-plan qui nous est familier (« la traduction commence *at home* »), traduire c'est mettre en rapport le langage nouveau avec un autre (le nôtre). Dans le cadre de l'usage de notre langue maternelle, apprendre et comprendre le langage des sciences, par exemple, c'est le traduire dans un langage familier (ou dans une partie du langage scientifique qui nous est déjà familière). Les significations les plus problématiques ne sont alors pas celles dont le mot nous est inconnu, c'est au contraire dans le langage homophone (le plus couramment utilisé) que se manifestent le plus largement les confusions de significations, car nous pensons savoir ce qu'ils veulent dire. Traduire est donc une activité permanente et immanente à notre propre langue. Or, le langage est une activité collective : l'interaction entre les différents registres d'objectivité ne peut se faire que sur le plan d'une expression publique, que Wittgenstein appelle *jeux de langage*.

Malgré leurs différences, Quine et Wittgenstein se rejoindraient ainsi dans une forme de « dispositionnalisme social » (Héraud 2005). Nous retiendrons de ces deux auteurs que nous nous accordons dans le langage et que c'est cet accord dans le langage qui, seul, donne leur sens aux mots. Plus encore, le jugement porté sur un énoncé est à la fois inhérent à un contexte social et aux propres connaissances de l'individu.

#### **4. Didactique et sémantique logique : vers un cadre d'analyse du rôle du langage en situation d'apprentissage**

Il me paraît d'abord important de souligner la forte compatibilité des outils théoriques de la sémantique logique avec ceux de la Théorie des Situations Didactiques, asseyant ainsi une certaine cohérence de l'insertion d'une analyse en termes de jeux de langage dans l'analyse didactique de situations<sup>3</sup>. Les ancrages épistémologiques de la Théorie

---

3 Je tiens à remercier Thomas Barrier qui, par le biais de multiples échanges, m'a permis d'affiner ma réflexion sur les points de convergence entre ces deux cadres.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

des Situations Didactiques, théorie des conditions d'*acculturation* mathématique, trouvent en effet de forts échos avec ceux de la sémantique logique. Comme évoqué précédemment, ces deux cadres théoriques se sont d'abord construits dans un certain rejet des approches psychologues mentalistes. Par ailleurs, la notion de jeu est centrale chez Wittgenstein, à travers la notion de *jeu de langage*, comme chez Brousseau dont l'une des idées fondatrices consiste à identifier les connaissances mathématiques à des stratégies optimales dans des situations modélisées en termes de jeux (Sarrazy 2005, Barrier 2008). Forme de vie et situation constituent toutes deux des concepts centraux de démarches anthropologiques défendant, dans des champs différents, l'idée que la compréhension est intrinsèquement liée à un consensus dans l'action, et que l'apprentissage est une acculturation, vers un accord d'usage, dans un contexte donné.

Plus encore, considérer ces outils théoriques issus de la sémantique dans la perspective de l'analyse didactique de situations d'apprentissage laisse d'ores et déjà entrevoir les possibilités d'une intégration nouvelle des interactions discursives dans l'activité mathématique. Actions matérielles et actions discursives deviennent des *coups*<sup>4</sup> dans le jeu proposé aux élèves, soumis à des règles propres à la situation ou forme de vie proposée.

Pour l'analyse des enjeux didactiques des interactions langagières autour de situations d'action en classe de géométrie, nous retiendrons du cadre théorique de la sémantique logique considéré l'intérêt d'interroger le caractère référentiel du langage et d'analyser la construction de significations par le biais de l'analyse de pratiques langagières des individus, plutôt que celle de leurs représentations (non langagières).

Les philosophes de la sémantique logique mettent ensuite en évidence le caractère contextuel de la référence. Nous retiendrons de la *relativité des significations aux jeux de langage* de Wittgenstein (1921) que les significations d'un mot résident et prennent corps dans son emploi dans le langage, dans une multiplicité de *jeux de langage*. Le langage constitue une partie au sein d'une activité ou d'une *forme de vie*. L'apprentissage de significations de mots et la compréhension des objets qu'ils désignent s'effectue donc *dans* et *par* les *jeux de*

---

<sup>4</sup> Intrinsèquement lié au modèle du jeu et fréquemment utilisé par Brousseau, le terme de *coup* est également employé par Wittgenstein dans l'expression « *coup* dans un jeu de langage » (par exemple dans Wittgenstein, 1953, trad. 2004, §22)

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

*langage*, à partir de l'activité organisée par le maître et dans le dialogue interactif. En classe de géométrie, les *jeux de langage*, interactions langagières autour du partage d'une pratique, constituent un lieu dans lequel s'élaborent des significations et références partagées dans le cadre linguistique particulier que constitue la géométrie.

Enfin, je retiendrai de la thèse de l'*indétermination de la traduction* de Quine (1975) que la pluralité des significations d'un mot ou d'une expression en fonction de la *forme de vie* considérée induit qu'un même mot ou une même expression a la capacité d'admettre des significations et références différentes, voire opposées, dans des cadres de pensée différents. Plusieurs discours contradictoires mais également recevables peuvent alors se construire, se confronter, s'évaluer selon des critères objectifs. Dans le cadre scolaire plus particulièrement, les objets de connaissance sont par définition problématiques pour les élèves et supposent bien souvent des variations de valeur référentielle et le déplacement de mots d'une forme de vie à une autre. À la suite de Héraud (2005), je nommerai *paradoxe sémantique* le phénomène de coexistence de significations différentes attribuées à un même terme (ou expression) dans un jeu de langage donné.

Dans ce cadre, je propose d'explorer dans quelle mesure encourager et organiser les *jeux de langage* des élèves, autour d'une situation d'action, permet de mettre à jour le caractère contextuel de la référence de termes, de clarifier et d'identifier l'usage des mots dans le cadre particulier de la géométrie et de mener ainsi un questionnement vers des interprétations des objets idoines à cette forme de vie spécifique.

La suite de cet article s'attachera à montrer dans quels termes ces outils théoriques m'ont permis de développer des éléments d'analyse du discours des élèves, me donnant des pistes pour mieux comprendre le rôle des interactions langagières générées par le partage de modalités d'action dans le processus d'acculturation en géométrie.

## DE LA SÉMANTIQUE LOGIQUE À L'ANALYSE DIDACTIQUE D'INTERACTIONS LANGAGIÈRES

Les outils théoriques issus de la sémantique logique qui viennent d'être présentés ne peuvent constituer, tels quels, des outils méthodologiques opératoires pour l'analyse didactique de situations. Ils m'aident toutefois à penser le fonctionnement cognitif du langage

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

dans les activités problématiques autour d'objets matériels en classe de géométrie. J'expliquerai, dans cette partie, la façon dont j'ai essayé de faire fonctionner ces outils pour l'analyse des interactions langagières produites dans une situation de classement de solides observée dans une classe de deuxième année de Cours Moyen (enfants de 10 à 11 ans).

Mon objectif est double. D'une part, j'espère montrer la manière dont il est possible de mettre à l'œuvre ces outils dans l'analyse didactique de situation, afin de cerner et de mettre en mots ce qui se joue dans les interactions langagières en classe. D'autre part, en présentant les résultats de mes analyses, j'espère contribuer à une meilleure compréhension des potentialités offertes par les interactions langagières en classe de géométrie.

L'analyse plus complète de la situation, conjuguant outils de la Théorie des Situations Didactiques et outils de la sémantique logique et complétée par une analyse du rôle et de la place de l'enseignant dans ces interactions langagières, se trouve dans ma thèse (Mathé, 2006a). Bien que l'articulation entre ces analyses constitue, à mon sens, une dimension centrale de la démarche méthodologique adoptée, j'ai choisi d'axer cet article sur la présentation de l'analyse des interactions langagières et de quelques résultats. Toutefois, soucieuse de mettre en évidence la façon dont les *jeux de langage* de la situation s'articulent avec l'action sur le milieu dans le contrat didactique, j'appuierai la présentation de l'activité observée sur quelques éléments de l'analyse *a priori* et *a posteriori* de la situation en termes de structuration du milieu (Margolinas 1995).

### 1. L'activité observée

Il me semble avant tout important de préciser que cette activité n'est pas le fruit d'une démarche de type *ingénierie didactique* mais est extraite de l'observation d'une classe que l'on pourrait appeler « ordinaire », au sens noble du terme. Elle a été librement élaborée par l'enseignant, sans intention particulière, *a priori*, concernant la place donnée au langage dans l'activité. L'objet des analyses qui suivent ne consistera en aucune manière en une analyse des choix didactiques sous-jacents à l'élaboration de cette activité. Mon but est de comprendre la manière dont ont pu se construire des connaissances géométriques lors de la mise en œuvre effective de cette activité.

Le problème en question constitue la première activité d'une séquence de géométrie des solides. Il s'agit d'une activité de classement, prévue en deux temps. A partir d'un contexte d'inventaire et sur la

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

représentation d'emballages, dessinés, les élèves, de façon collective, seront d'abord invités à élaborer des critères de classement de solides. Dans un second temps, de façon individuelle, les élèves devront classer de manière effective les dessins d'emballages. Voici la fiche distribuée aux élèves :

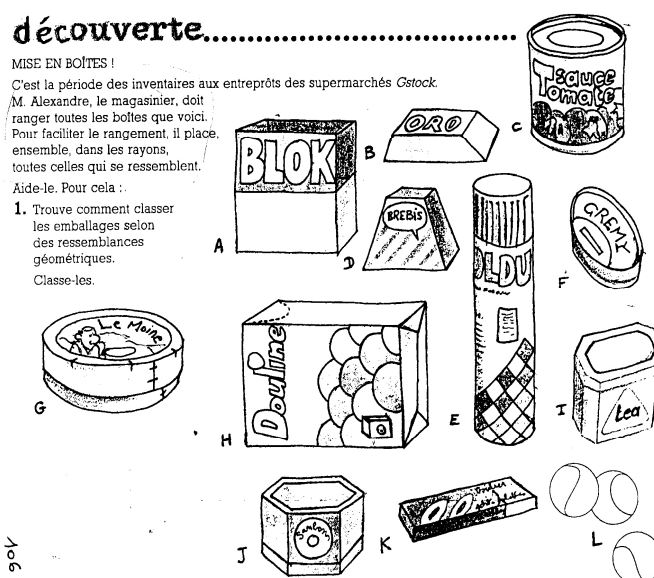


Figure 1. - Fiche distribuée aux élèves

Le classement attendu par l'enseignant consiste, dans un premier temps, à distinguer les « solides dont toutes les faces sont des polygones » des solides « qui ont des faces qui ne sont pas des polygones ». Les élèves devront ensuite identifier la nature et le nombre des faces polygonales.

L'objectif de l'enseignant est donc d'amener les élèves à utiliser leurs connaissances sur les objets théoriques que sont les solides (concepts de face et d'arête, identification du nombre et de la nature des faces) et les polygones (concept de côté, identification de la nature des polygones), pour comparer et classer des dessins d'emballages. De façon plus générale, cette situation doit permettre aux élèves et à l'enseignant d'établir de premières règles d'une étude comparative de solides dans le cadre de la géométrie. La prise en compte de ces critères de comparaison doit donner lieu à un classement distinguant deux grandes classes de solides : les solides « dont toutes les faces

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.



sont des polygones » et les solides « qui ont des faces qui ne sont pas des polygones ». De façon classique, on reconnaîtra ensuite au sein de la première famille rassemblant les polyèdres, les cubes, les pavés et les « autres solides ».

#### *Quelques éléments d'analyse a priori*

Le milieu matériel de la situation contient, pour l'essentiel, douze représentations en perspective d'emballages ménagers et la consigne indiquant la nécessité, dans un contexte d'inventaire, de trouver comment classer ces emballages « selon des ressemblances géométriques » puis de les classer.

Le milieu objectif, au sens de Margolinas (1995), comprend à la fois les stratégies des élèves et les rétroactions du milieu. Pour pouvoir interagir avec ce niveau de milieu, les élèves mettent en œuvre des connaissances culturelles et géométriques leur permettant d'entrer et d'agir dans le jeu qui leur est proposé. Pour parvenir au classement attendu par l'enseignant, les élèves doivent savoir identifier les faces polygonales d'un solide donné, lorsque cela est possible, savoir déterminer le nombre de ses faces, arêtes, sommets et la nature de ses faces. Ces connaissances sont supposées disponibles chez les élèves car déjà utilisées dans d'autres situations au cours de l'année et des années précédentes. Certaines de ces notions ont même fait l'objet d'une définition institutionnalisée : par exemple, les élèves disposaient, dans leur cahier de leçon, d'une définition de polygone comme une « forme à plusieurs côtés ». Or, d'emblée, il apparaît clairement que le lien entre la situation fictive d'inventaire et la tâche contractuelle de classement « selon des ressemblances géométriques » ne va pas nécessairement de soi. Dans un magasin, si l'activité d'empilement exploite les propriétés géométriques des emballages, ils sont surtout classés selon les produits qu'ils contiennent. De plus, les solides proposés ici sont variés et pourraient être comparés mathématiquement, au moins implicitement, de différents points de vue : correspondance par similitudes, identité de leur groupe d'isométries, possibilité d'être développés ou non en un patron plan. Or, aucune des propriétés mathématiques envisagées ci-dessus ne permet de retrouver les classes de solides visées. De façon classique, le classement attendu, en distinguant cubes et pavés, ne prend pas non plus en compte de façon homogène les questions de longueur, ni de proportion des diverses dimensions des solides étudiés. Ainsi, une multitude de procédures de classement sont envisageables et, *a priori*, les seules rétroactions permettant aux élèves de juger de la pertinence

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

de leurs stratégies sont les interventions de l'enseignant et les réactions de leurs pairs. L'enseignant devra donc, par le biais d'effets de contrat, aménager un milieu objectif qui permette aux élèves d'interpréter de façon pertinente le milieu matériel et de produire les règles de comparaison visées et conformes aux mathématiques scolaires. On peut s'attendre à ce que ce jeu de l'enseignant sur le jeu des élèves s'effectue à travers des interventions langagières du premier.

Cependant, grâce à ces aménagements du milieu, les élèves doivent finalement privilégier la « ressemblance géométrique » au détriment de l'objectif d'inventaire et parvenir à mettre en place des critères géométriques les amenant au classement escompté. L'adidacticité du milieu de référence est faible puisque les connaissances des élèves ne permettent pas d'interpréter de manière univoque les rétroactions du milieu matériel. Toutefois, un premier milieu d'apprentissage émerge, constitué des règles de comparaison « géométriques » de solides et des classes de solides attendues. Ces règles constituent une partie du milieu objectif de la situation globale, consistant en un classement effectif des emballages. Celui-ci rend nécessaire l'élaboration de critères qui soient opératoires dans cette situation d'action.

En conclusion, l'activité dont il est question pourrait être qualifiée d'ordinaire, dans les classes de la fin de l'école primaire. Une brève analyse *a priori* met rapidement en évidence la faiblesse des contraintes posées sur l'action des élèves et la nécessité, pour l'enseignant, de pallier le manque de rétroaction du milieu objectif par des effets de contrat. La plupart du temps, l'enseignant parvient à dépasser ces difficultés par le biais d'interventions langagières dans lesquelles il redéfinit le milieu matériel ou pose des contraintes sur le milieu objectif.

#### *Déroulement effectif*

La mise en place de cette activité dans une classe de CM1 - CM2 a donné lieu à une première séance de classe. Révélant un certain nombre de difficultés des élèves à utiliser le vocabulaire et les concepts géométriques visés dans la situation, ce travail a été suivi d'une seconde séance, qui n'avait pas été prévue par l'enseignant. Ces deux séances ont été observées, filmées puis intégralement transcrites. Voici une brève description de ce que j'ai pu observer.

L'enseignant puis les élèves lisent tout d'abord la consigne inscrite sur la fiche et échangent sur ce qu'est un inventaire, en référant

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

notamment à des expériences vécues ou à la profession de parents. Puis les élèves, par le biais d'une discussion collective et d'interactions avec l'enseignant, conviennent, dans un premier temps, de retenir comme critères de classement « la forme » des objets puis la « forme de leurs faces ». Accompagnés par l'enseignant, ils parviennent ensuite à dégager une grille de classement conforme aux attentes de celui-ci, c'est-à-dire distinguant deux classes d'objets : « les formes polygonales » et les « les formes rondes, formes qui n'ont pas de sommet ». La compréhension de ces expressions semble, à ce moment, être partagée.

L'enseignant invite alors les élèves à effectuer le classement effectif des dessins d'emballages, engageant ainsi une mise à l'essai des critères de classement retenus. Les élèves interviennent librement, à l'oral et de façon collective, pour placer les solides dans l'une ou l'autre des familles identifiées. L'enseignant inscrit le classement effectif au tableau.

Rapidement, le travail sur les objets matériels, ici des dessins d'emballages, et les interactions langagières accompagnant ce classement effectif révèlent de profondes divergences quant aux références assignées, par les élèves, aux termes en jeu.

Une élève intervient par exemple pour soulever la question de l'existence de sommet sur le cylindre :

E. : Mais « Le moine » non plus il a pas de sommet.

E. : Si, « Le moine » il en a, c'est comme une boîte de camembert.

Un élève intervient ensuite pour exprimer sa difficulté à saisir les objets désignés par l'expression « forme polygonale ».

E. : Ça va pas, monsieur, formes polygonales ũ puisque « polygonale » c'est différentes formes ũ enfin, des formes qui ont plusieurs ũ

Invités par l'enseignant à traduire cette expression, les élèves se réfèrent à la définition dont ils disposent : « un polygone est une forme à plusieurs côtés ». Mais ils identifient avec peine les objets remplissant cette condition et donc relevant de ce concept.

La convocation des concepts théoriques s'avère donc faire obstacle aux possibilités d'une action commune sur les objets. L'enseignant pourrait trancher par monstration, en explicitant le champ d'usage et la référence des termes sommet, polygone, côté, face. Il choisit de laisser pour l'instant ces questions en suspens ; mais soulève avec les élèves, à la fin de la séance, la nécessité d'un travail sur le vocabulaire de géométrie en question. Ce travail fera l'objet d'un travail spécifique lors d'une deuxième séance.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

Cette deuxième débute sur une phase de rappel, d'abord sur la nature de l'activité précédente puis sur la signification du mot « polygone ». Les élèves tentent dans un premier temps d'explicitier une définition de ce mot par tâtonnements, décrivant une « forme qui a des côtés plats », « des sommets ». Devant l'incertitude générale, une élève se résout à regarder la définition figurant dans son cahier de mathématiques et la lit à la classe : « Un polygone est une figure plane délimitée par une ligne brisée fermée ». Mais les élèves ont du mal à saisir la signification de l'expression « ligne brisée fermée » figurant dans la définition qui vient d'être lue. L'enseignant, qui prend conscience des difficultés qui émergent, invite un élève à dessiner au tableau « ce qu'il pense être un polygone ». L'élève commence par tracer un rectangle au tableau. Les discussions s'engagent alors pour déterminer le caractère polygonal du rectangle, mais l'élève intervient et signale à l'enseignant qu'il n'avait pas terminé : il voulait dessiner un pavé (« faire les côtés »). Le travail autour de la signification des termes polygone, face, côté dans le contexte de la géométrie prend alors la tournure d'un débat entre les élèves. S'appuyant sur les objets matériels de la situation (les dessins d'emballages, les représentations d'un rectangle et d'un pavé qui viennent d'être dessinées au tableau), ceux-ci explicitent et confrontent les significations qu'ils assignent aux termes « côté », « face », « polygone ». Au terme de cette séance, l'enseignant et les élèves institutionnalisent les règles d'usage des termes *face*, *arête*, *côté* dans le cadre de la géométrie, par le biais du texte à trous suivant :

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

*Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques, 32(2), 195-228.*

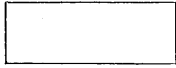
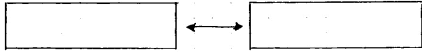
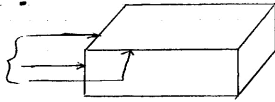

	Voici une ..... qui est un pol..... parce qu'elle est composée de .....
Cette forme géométrique a quatre .....	
Voici deux ..... que je vais assembler pour former un .....	
	
Voici un ..... Les ..... ont changé de nom, elles s'appellent maintenant des ..... D'autres parties ont-elles aussi changé de nom : les ..... sont devenus des .....	
	
Cette partie que l'on ne voit pas  s'appelle : la .....	
Colorie une ..... visible.	

Figure 2. - Fiche d'institutionnalisation

Comme évoqué dans l'analyse *a priori*, le manque de contraintes posées sur l'action des élèves et la pluralité des critères de classement possibles induisent certaines difficultés d'interaction des élèves avec le milieu objectif. L'analyse *a priori* envisageait la nécessité, pour l'enseignant, de poser des contraintes sur ces interactions, par le biais d'effets de contrat via des interventions langagières, pour permettre l'émergence des critères de classement attendus. Ce type de difficultés confère bien sûr un rôle aux interactions langagières dans le processus de résolution du problème. Mais, lors du déroulement effectif de ces séances, la part importante prise par les interactions discursives entre élèves, l'objet de ces échanges et la position de l'enseignant dans ces échanges<sup>5</sup> qui se refuse à faire valoir son rapport privilégié au savoir,

<sup>5</sup> L'analyse de l'action de l'enseignant fait l'objet d'une partie de ma thèse (Mathé 2006) que je n'évoquerai pas ici.

Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

laissent à penser qu'il se passe quelque chose de très différent de ce que l'analyse *a priori* laissait présager.

## 2. Démarche d'analyse des interactions langagières

L'activité proposée s'ancrage dans un contexte d'inventaire, très éloigné des pratiques de la géométrie. Par ailleurs, une part particulièrement importante est laissée aux interactions langagières entre élèves autour de la situation d'action. Dans ce contexte, mon objectif est de comprendre, à travers l'analyse du discours des élèves, dans quelle mesure les *jeux de langage* développés au sein du jeu proposé aux élèves sur les objets matériels de la situation participent à l'acculturation des élèves vers une manière de voir, d'agir et de parler spécifique à la géométrie.

Explorant les possibilités de l'apport d'outils issus de la sémantique logique pour mener à bien cette entreprise, j'ai été amenée à élaborer une méthodologie d'analyse originale, que je propose d'explicitier ici.

L'observation des deux séances en question, appuyée par une comparaison entre analyse *a priori* et analyse du déroulement effectif de l'activité, a principalement mis en lumière la difficulté des élèves à utiliser de façon opératoire en situation de classement certains termes de ce que nous appellerons un premier vocabulaire de géométrie, à savoir les termes *forme*, *côté*, *polygone* voire *face* et *arête*. M'appuyant sur les outils théoriques présentés précédemment, je suis partie de l'idée que l'origine de ces difficultés réside dans les ambiguïtés référentielles générées par les mots en jeu dans les *jeux de langage*. Mon travail s'est alors principalement centré sur l'analyse des interactions langagières construites autour de la signification des termes en géométrie et de la négociation de critères de classement opératoires et partagés. En utilisant un enregistrement vidéo des deux séances puis sur leur transcription, j'ai recensé toutes les occurrences des mots *forme*, *côté*, *polygone*, *face* et *arête* dont l'emploi s'avérait particulièrement problématique en situation et je me suis efforcée d'identifier les significations assignées par les élèves à ces mots dans leur discours. Conformément à l'idée que le langage est indissociable de la forme de vie à laquelle il appartient, l'identification des significations conférées par un élève à un mot donné s'opère par le biais d'une analyse du contexte de son emploi, des autres mots qui y sont attachés, des types d'action et des objets qui accompagnent son usage. J'insiste sur le fait que, si la présente analyse se centre sur le discours des élèves et de l'enseignant en situation, elle s'attache à

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

considérer le discours comme partie prenante d'une activité. Ce travail m'a permis d'identifier les règles d'usage des mots adoptées par les élèves et d'interpréter les difficultés en termes de confrontation de règles d'usage contradictoires car relevant de formes de vie différentes. Les phénomènes identifiés sont des exemples de ce que j'ai appelé *paradoxes sémantiques* dans la première partie de ce texte.

L'analyse de ces règles d'usage et leur dynamique m'a ensuite conduite à décrire puis analyser la façon dont les élèves, dans les interactions langagières observées, évoluent vers l'élaboration de références partagées et spécifiques à la géométrie et un usage opératoire du vocabulaire. La suite de cet article sera consacrée à la présentation d'éléments issus de cette analyse.

### **3. Modélisation du processus permettant aux élèves de passer d'un usage non réglé des termes à l'élaboration de références partagées et spécifiques à la géométrie**

La question interrogée est celle de la façon dont les élèves, dans le dispositif observé, *rencontrent puis lèvent leur ignorance* (Sensevy, 2002, p.37) relative à un usage opératoire du vocabulaire, au partage de références et de modalités d'action idoines au contexte de la géométrie. L'analyse de ce processus me conduit à envisager, dans un premier temps, les conditions amenant les élèves à construire des *jeux de langage* dans lesquels ils recourent à des significations contradictoires des termes en jeu. Je situerai ensuite, dans le déroulement de l'activité, les moments où les élèves sont confrontés à ces ambiguïtés référentielles. Je proposerai enfin de caractériser la manière dont les élèves résolvent les ambiguïtés référentielles sous-jacentes à leurs discours dans les interactions langagières observées.

#### *Construction de jeux de langage dans lesquels les élèves recourent à un usage non réglé des termes*

Lors de la phase d'élaboration de critères de classement, l'analyse des significations assignées au terme « forme » dans le discours des élèves montre que celui-ci réfère indifféremment à l'allure générale d'un solide ou d'une figure plane. On entend par exemple des expressions telles que « classer selon les formes géométriques », « la forme des emballages », puis « formes carrées », « formes rondes » ou encore « formes plates ». Ainsi, des interprétations contradictoires de l'expression « forme polygonale » et donc du concept de polygone émergent rapidement dans les *jeux de langage* de l'activité. En parallèle, les élèves confèrent différentes références au terme « côté »,

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

ce terme renvoyant parfois à une face de solide, conformément à un usage de la langue naturelle, parfois à un segment délimitant une figure plane, conformément à sa signification spécifique dans le cadre de la géométrie. Déjà induits en erreur par les ambiguïtés référentielles du terme « forme », les élèves développent ainsi des interprétations contradictoires de l'expression « forme à plusieurs côtés » qui caractérise le concept de polygone dans la proposition « un polygone est une forme à plusieurs côtés ».

Nous le voyons ici, les concepts sous-jacents aux activités (« forme ronde », « forme polygonale ») se dessinent *dans les jeux de langage* autour de la situation d'action, par construction de significations déduites de l'interprétation d'autres termes dans les propositions visant à les caractériser. Ainsi, la construction du concept de polygone passe, entre autres, par une interprétation de l'expression « forme à plusieurs côtés » de même que, pour saisir les objets remplissant le concept de « forme ronde », les élèves doivent se mettre d'accord sur la référence des mots « forme » et « ronde ».

Dans cette activité de classement, les connaissances des élèves relatives à la signification de termes en jeu (« forme », « côté ») constituent un arrière-plan à la construction de connaissances nouvelles telles que le concept de « forme polygonale ». Conformément à l'idée de Quine selon laquelle « la traduction commence *at home* », la traduction par les élèves des énoncés apparaissant dans le dialogue interactionnel passe par leur interprétation des significations dans un langage d'arrière-plan qui leur est familier mais qui n'est pas conforme au contexte de la géométrie. Ces interprétations spontanées des termes apparaissant dans le discours constituent un obstacle à la capacité des élèves à saisir le concept de polygone et ainsi à construire un rapport idoine aux objets de la situation. Ces difficultés se traduisent dans le langage par les phénomènes de paradoxes sémantiques mis à jour ici.

Comme dans l'exemple de l'impossible traduction de l'expression « Gavagai » livré par Quine, les élèves développent dans la situation observée une pluralité d'interprétations contradictoires des termes « forme », « côté », « polygone » parce que, jusqu'à la mise à l'essai des critères de classement et la confrontation des mots aux objets qu'ils désignent, il n'y a pas d'élément déterminant qui leur permette de choisir l'une ou l'autre interprétation, une traduction ou une autre. Pour comprendre une proposition telle que « un polygone est une forme à plusieurs côtés », il est nécessaire d'établir un « accord dans le langage », selon les termes de Wittgenstein, qui seul permet de

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.



saisir la signification des mots qui la composent (« la signification d'un mot est son usage dans le langage »). Or, les élèves ne disposent pas encore, à ce stade du dispositif, d'un tel accord.

Les élèves entrent dans l'activité par le biais de mots, dans des échanges langagiers. Les *jeux de langage* observés se construisent d'abord en lien avec une situation d'action sur les objets de la situation (les dessins d'emballages, les solides) et convoquent les premières connaissances des élèves sur ces objets. Le langage ne représente pas seulement pour eux un simple moyen d'exprimer la façon dont ils saisissent et envisagent de traiter ces objets. C'est dans ces premiers *jeux de langage*, à travers les mots qu'ils emploient et l'usage qu'ils en font, que les élèves construisent leur premier rapport aux objets de savoir en jeu. Les *jeux de langage* constituent en classe un espace dans lequel les élèves font d'abord fonctionner librement les mots du vocabulaire en situation puis expriment ouvertement l'usage qu'ils font de ces mots et les significations qu'ils leur assignent. Les *jeux de langage* permettent dans un premier temps aux élèves d'explorer, de prendre conscience, d'exprimer et de mettre en commun la signification qu'ils assignent spontanément aux termes du vocabulaire de géométrie en jeu dans le dispositif et leur interprétation première des objets de la situation.

#### *Confrontation des élèves aux ambiguïtés référentielles sous-jacentes à leurs discours*

Les élèves sont confrontés aux ambiguïtés référentielles sous-jacentes à leurs jeux de langage lors de la mise à l'essai des critères de classement au cours de la première séance puis lors du travail visant à expliciter la définition du terme « polygone », initié par l'enseignant à la deuxième séance.

Lors de la mise à l'essai des classes de solides retenues (« formes rondes qui n'ont pas de sommet » et « formes polygonales »), les élèves et l'enseignant prennent conscience que les significations qu'ils assignent aux mots dans les *jeux de langage* des activités ne sont pas communes et partagées car leur usage en situation n'est pas opératoire. Les élèves se trouvent d'abord en désaccord sur la valeur de vérité de la proposition : « le cylindre (la boîte de camembert) admet des sommets », révélant ainsi qu'ils n'assignent pas tous la même référence au terme « sommet ». Puis un élève prend la parole pour remettre en cause l'expression « formes polygonales ». Il déclare ne pas reconnaître comme « formes polygonales » les emballages

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

placés par la classe dans cette famille au cours du classement effectif des emballages.

E<sup>6</sup>. : Ça va pas, monsieur, formes polygonales ũ puisque « polygonale » c'est différentes formes ũ enfin, des formes qui ont plusieursũ

P. : Qu'est ce que ça veut dire « polygonale » ?

E. : C'est des formes qui ont six côtés.

E. : C'est tous ceux qui ont des côtés, y'a pas de nombre limite.

E. : Ça a des formes plates.

Un peu plus tard, l'enseignant amène les élèves à revenir à la définition du concept de polygone institutionnalisée plus tôt dans l'année :

P. Bien, pour en revenir à la définition, un polygone, c'est quoi ?

E. : Une ligne brisée fermée

E. : Non, Monsieur, c'est pas une ligne, c'est une forme

E. : Monsieur, c'est une figure plane

Une divergence de signification des termes en jeu est ainsi mise à jour, elle concerne ici l'expression « forme polygonale ».

Les échanges langagiers observés dans le dispositif permettent aux élèves de mettre à jour les divergences référentielles sous-jacentes à leur discours. Cet enjeu didactique est à considérer avec intérêt puisque les travaux de Héraud (2005 et 2006), notamment, montrent que ces divergences, conséquences de mésententes d'usage, restent souvent cachées en classe et sont à la source de nombreuses incompréhensions voire des malentendus dont on ne sait pas qu'ils existent. Grâce aux interactions langagières développées lors de l'élaboration collective de critères comme lors de la mise en commun du classement effectif des emballages, les élèves prennent conscience qu'un même mot peut renvoyer à des objets (au sens large d'objet matériel, d'idée ou de concept) différents. L'enseignant clôt d'ailleurs les échanges de la seconde séance par :

P. : Le mot « face », le mot « côté » sont des mots qui peuvent changer de signification en fonction de la matière dans laquelle on les emploie.

Les élèves éprouvent donc qu'un mot n'a pas de signification en lui-même mais que sa signification est intrinsèque à un usage donné dans un contexte donné. Si l'on reprend les termes de Wittgenstein, nous pouvons dire que les élèves prennent conscience, dans les *jeux de*

---

<sup>6</sup> Les protocoles cités sont extraits de la transcription des séances observées. E désigne un élève, P l'enseignant. Je ne distingue pas, pour l'instant, les élèves.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

*langage*, que les mots sont des signes qui se diversifient dans des formes de vie différentes dans lesquelles ils admettent des usages différents et renvoient à des références différentes : le langage est donc contextuel.

Ce travail, dans et sur les *jeux de langage* de l'activité, permet de mettre en place, avec les élèves, un questionnement d'ordre linguistique, parce qu'il naît de la contradiction dans l'usage des mots, et ontologique, parce qu'il porte sur le discours à élaborer sur les choses (Errera & Héraud 2006).

#### *Modalités de résolution des contradictions*

L'analyse précédente mène à distinguer deux modalités de résolution des contradictions

- Ajustement implicite du rapport des élèves aux objets

L'analyse linéaire des significations assignées au terme « forme » dans le discours des élèves montre que ceux-ci font progressivement évoluer la référence assignée au terme, au fur et à mesure que leur manière de voir et d'agir sur les solides se modifie. Au cours de l'explicitation de leurs perspectives de classement, les élèves parlent d'abord de « forme des solides » ou « forme des emballages » pour évoquer l'allure générale des solides. Puis, sous des contraintes de l'action, d'explicitation des critères de comparaison, ils délimitent progressivement le champ d'application de ce terme pour parler de « formes carrées », « formes rondes » qui leur permettent d'établir des premières règles de comparaison de solides, la « forme des faces » :

P. : Alors, ce qui nous intéresse nous, c'est la forme. La forme de quoi ?

E. : Ben, la forme des emballages

E. : En fait, c'est la forme des faces.

De façon concomitante à l'évolution de la manière dont les élèves regardent les emballages et leurs dessins, la référence des termes se construit progressivement et se délimite par leur capacité à permettre d'agir dans les activités.

Si les données des sens (ou « stimulations sensorielles ») restent inchangées, l'apprentissage consiste ici à les interpréter différemment en fonction de leur insertion dans une vision du monde propre à la géométrie. Le langage traduit les interprétations que font les élèves de ces données dans la situation : les élèves passent d'une interprétation des objets en termes d'emballages à une interprétation en termes de solides puis modifient leur façon de regarder les solides pour en venir à la prise en compte de la nature de leurs faces. Modes d'appréhension

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

des objets matériels, modalités d'action sur ces objets matériels et significations assignées aux mots convoqués évoluent de façon dialectique et concomitante.

■ Mise en opposition de significations contradictoires et détermination d'accords d'usage

La mise en évidence et la résolution des paradoxes sémantiques relatifs aux termes « côté » et « polygone » paraît relever d'un processus différent. Les élèves saisissent le concept de polygone par le biais de l'expression « forme à plusieurs côtés ». Or, le dessin par un élève d'un objet qu'il pense appartenir à ce concept montre que les élèves ont développé des interprétations contradictoires du terme « côté ». Beaucoup d'entre eux associent à ce mot une face de solide, recourant alors à un usage non conforme du mot dans le contexte de la géométrie. Quelques élèves s'attachent à distinguer les références de « face » et « côté » et interprètent le mot « côté » comme un segment délimitant une figure plane. Les deux parties s'opposent. Les élèves présentent leurs positions contradictoires sous la forme logique d'oppositions à résoudre. Cette phase de recherche de la référence prend la forme de dialogues argumentatifs<sup>7</sup> :

E<sub>1</sub> : Bon, d'habitude sur les formes ici, c'est les côtés (il montre les faces) et polygone, ça veut dire plusieurs côtés et sur la figure au tableau (le rectangle) y'en a pas.

[Ů ]

P : D'accord. Est-ce que vous êtes d'accord ? Vous pouvez réagir par rapport à ce qu'il vient de dire ?

E<sub>2</sub> : Ça c'est une face, c'est pas un côté !

[Ů ]

E<sub>1</sub> : Si ça c'est une face, ça c'est une face et ça aussi. C'est quoi des côtés ? (E<sub>2</sub> montre une arête sur la trousse de E<sub>1</sub>.)

E<sub>1</sub> : Non, ça c'est des arêtes. Monsieur, arête et côté c'est pas du tout pareil !

[Ů ]

E<sub>1</sub> : Je pense que la face c'est toujours le côté qu'il y a devant nousŮ

E<sub>3</sub> : On se regarde de face.

E<sub>2</sub> : Comme là il y a une figure plane et un solide. Ben là, je pense que

<sup>7</sup> Une modélisation d'échanges observés lors de la seconde séance en utilisant notamment la schématisation de la cellule argumentative proposée par Toulmin (1958) m'a permis d'établir leur caractère argumentatif. Pour ne pas être démesurément longue, je ne détaillerai pas ici ce travail. Je cite toutefois quelques extraits de l'un de ces échanges, afin que le lecteur puisse avoir une idée plus précise de l'objet de mon propos. A la différence des autres citations de corpus, je différencie ici les élèves.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

dans le solide, on appelle les arêtes les bords et sur la figure plane, on appelle ça les côtés.

[Ů]

E<sub>1</sub> : La face c'est ça (il montre le côté qui se présente de front).

P : C'est forcément ce que tu vois de face ?

E<sub>1</sub> : Oui. (E<sub>2</sub> va au tableau et désigne les faces du pavé).

E<sub>2</sub> : Et ça change de nom quand on la tourne !?

E<sub>1</sub> : Ben, alors, c'est quoi les côtés ?

E<sub>2</sub> : Y'en a pas dans un solide mais y'en a dans les figures planes.

[Ů]

E<sub>1</sub> : Alors ça (le solide) c'est pas un polygone.

E<sub>1</sub> : Polygone ça veut dire plusieurs côtés et là si t'as des faces, t'as pas de côtés.

On entend : Elle a peut-être raison aussi, hein !

E<sub>2</sub> : Je dis que l'arête ça a la même fonction qu'un côté.

E<sub>1</sub> : Dans une figure plane, les arêtes c'est des côtés.

Ces argumentations permettent aux élèves de saisir et d'expliciter les malentendus sous-jacents à leurs discours du fait de l'existence de divergences référentielles fortes. Elles permettent également aux élèves d'éprouver la nécessité de convenir d'un accord d'usage des termes dans le contexte de la géométrie.

Cependant, ces échanges, s'ils sont vécus par les élèves comme des moments d'explicitation et de tentative de négociation de significations, ne leur permettent pas de trouver un accord d'usage des termes dont la référence est en question puisque rien ne leur permet de déterminer laquelle des significations évoquées est adéquate au contexte de la géométrie. Contrairement aux accords dans le langage évoqués par Wittgenstein, l'accord réside ici en amont des échanges langagiers puisque le bon usage des mots en géométrie est déterminé et réglé par les institutions, et notamment les Instructions Officielles. Ainsi, l'enseignant, seul garant de la validité des connaissances qui se construisent, répond à ce besoin d'accord en introduisant et instituant les significations des mots, dans le contexte spécifique de la géométrie. Lors de la troisième séance, l'enseignant revient avec les élèves sur la question de la référence des termes, par le biais d'un rappel des débats autour de la signification des mots « problématiques », et institutionnalise les significations idoines aux *jeux de langage* de la géométrie.

De notre point de vue, l'origine extérieure aux *jeux de langage* de l'accord d'usage des mots ne modifie toutefois en rien l'intérêt didactique de ces échanges langagiers. Outre la mise à jour des paradoxes sémantiques, la recherche de référence permet aux élèves

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

de prendre conscience et d'exprimer le caractère contextuel de la référence et constitue un lieu extrêmement riche de mise en question par les élèves du savoir en jeu. Les interactions langagières observées et analysées ici ont permis la « genèse d'une pratique par et dans laquelle les mots, les concepts, les savoirs prennent leurs sens » (Sarrazy 2005, p.378).

■ Pourquoi des modalités de résolution des contradictions différentes ? Je ne proposerai pas de véritable réponse à cette question mais, peut-être, quelques pistes de réflexion. J'émet en effet l'hypothèse que cette différence fondamentale constatée entre les modalités de dépassement des paradoxes sémantiques relatifs au mot « côté » et celles relatives au mot « forme » tient son origine dans la différence fondamentale entre la nature même des paradoxes en question (Barrier & Mathé 2009).

Le mot « côté » constitue ce que Quine appelle un *mot ambigu*, c'est-à-dire « associé par conditionnement à deux classes très dissemblables de stimulations, chacune de ces classes étant une classe bien homogène de stimulations semblables entre elles. » (Quine 1960, p.192). Les paradoxes sémantiques identifiés relatifs au mot « côté » naissent en effet de la coexistence de deux règles d'usage bien délimitées mais contradictoires du mot, toutes deux valides dans deux formes de vie bien distinctes : le langage courant, dans lequel le terme est utilisé pour désigner une partie latérale d'un objet, et la géométrie, contexte dans lequel le mot est utilisé pour désigner un segment délimitant les bords d'un polygone. C'est alors par un *retour aux objets*, et plus précisément ici parce que l'enseignant demande à un élève de « dessiner ce qu'il pense être un polygone » au tableau, que le caractère ambigu du terme est mis en évidence. Les deux règles d'usage du mot sont alors mises en contradiction et les élèves et l'enseignant parviennent à dépasser ce paradoxe de façon explicite.

A contrario, le mot « forme » ne jouit pas de règle d'usage clairement définie et les situations dans lesquelles il intervient ne sont pas « bien homogènes » et « très dissemblables », en tout cas dans l'activité qui est étudiée. Il n'y a pas en particulier de réponse institutionnelle à la question de savoir quels objets de la situation sont subsumés par le concept de « forme », qui sert de critère de classement. Ici, il n'y a pas de véritable règle d'usage du mot hors du jeu de langage de l'activité et les élèves négocient, de façon implicite, la valeur référentielle du mot en fonction de sa capacité à expliciter les éléments permettant d'agir dans la situation.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

## CONCLUSION

Partant de l'idée que l'apprentissage des élèves en géométrie à la fin de l'école primaire est une acculturation s'opérant dans un mouvement de va-et-vient entre espace réel et espace géométrique, je soulevais, dans l'introduction de cet article, la question des modalités d'interaction des élèves avec le milieu matériel permettant de faire des situations d'action un lieu d'apprentissage effectif en géométrie. L'objectif de cet article consistait à interroger la manière dont les interactions langagières en classe de géométrie à la fin de l'école primaire pouvaient contribuer à aménager des conditions d'articulation entre actions sur le réel et cadre théorique de la géométrie.

L'analyse de la situation évoquée dans ce texte met en évidence le rôle essentiel que les interactions langagières sont susceptibles de jouer dans le processus de construction de connaissances en classe de géométrie. Partie prenante de l'action matérielle qu'elles accompagnent, les interactions langagières sont d'abord le lieu de l'expression d'interprétations spontanées et contradictoires des objets de la situation. Elles constituent ensuite un lieu de questionnement d'ordre référentiel très riche, permettant aux élèves d'interroger la manière de voir et d'agir sur les objets matériels en géométrie et ainsi leur interaction avec le milieu, tout en commençant à construire les concepts géométriques, enjeux d'apprentissage. La prise en compte de certains paradigmes livrés par la sémantique logique dans l'analyse didactique de cette activité a ainsi permis de mettre en lumière des premières potentialités didactiques d'un travail dans et sur le langage en classe de géométrie.

Si ce travail peut contribuer, je l'espère, à penser différemment la place des échanges langagiers en classe de géométrie à l'école, la quête d'une meilleure compréhension des conditions d'articulation entre actions sur le réel et cadre théorique de la géométrie est loin d'être aboutie et les perspectives de travail sont nombreuses.

Comme précisé en introduction, les modalités d'interaction « sensible » des élèves avec les objets matériels de la situation admettent à la fois une dimension matérielle et une dimension langagière. Le travail présenté dans cet article laisse entrevoir la nécessité d'interroger les liens qu'entretiennent ces deux dimensions. Toutefois, des outils théoriques et méthodologiques spécifiques à la didactique des mathématiques me semblent encore à construire pour nous aider à penser la façon dont, en situation d'apprentissage, *coups*

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

*Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques, 32(2), 195-228.*

dans le jeu de la situation et coups dans les jeux de langage qui se construisent au sein de cette situation s'articulent et évoluent, de façon dialectique et concomitante. En collaboration avec les auteurs cités, j'entreprends actuellement des travaux dans cette direction (Bulf, Mathé & Mithalal, à paraître). Une telle recherche devrait, à terme, permettre d'inclure avec plus de finesse les *jeux de langage* possibles dans l'analyse *a priori* de situations et de livrer des outils pour la gestion des interactions langagières en classe.

### RÉFÉRENCES

- ARSAC G., CHAPIRON G., COLONNA A., GERMAIN G., GUICHARD Y., MANTE M. (1992) *Initiation au raisonnement déductif au collège*. Lyon : Presses Universitaires de Lyon - IREM de Lyon.
- BARRIER T. (2008) Sémantique selon la théorie des jeux et situations de validation en mathématiques. *Éducation et didactique* 2(3) 35-58.
- BARRIER T. (2011) Les pratiques langagières des étudiants en analyse réelle. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 31(3) 259-290
- BENOIST J. (2004) Le problème de la référence au début du XXe siècle. Essai de philosophie comparée. In Worms F. (Ed.) *Le moment 1900 en philosophie* (pp. 83-100). Lille : Presses Universitaires du Septentrion.
- BERTHELOT R., SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de l'Université de Bordeaux I.
- BROUSSEAU G. (1997) La théorie des situations didactiques. Cours donné lors de l'attribution du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, en ligne sur le site <http://guy-brousseau.com>
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BRUGUIÈRE C. (2006) Le paradoxe 'paroi comme lieu d'échange'. Etude d'une séance sur les échanges gazeux en classe de CM1-CM2. In Durand-Guerrier V., Héraud J. L., Tisseron C. (Eds.) *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration des savoirs* (pp.81-95). Lyon : Presses Universitaires de Lyon.
- BULF C., MATHÉ A.C., MITHALAL J. (à paraître) Language in geometry classroom, in Pytlak M., Swoboda E., Rowland T. (Eds.), *Proceeding of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7)*, Conference European of Research in Mathematics Education, Poland.
- CONNE F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 28(2) 219-264.
- DURAND-GUERRIER V., HÉRAUD J. L., TISSERON C. (Eds.) (2006) *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration des savoirs*. Lyon : Presses Universitaires de Lyon.
- DUVAL (1993) Registres de représentation sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5 37-65.
- Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*
- MATHÉ, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.



- DUVAL R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne : Peter Lang.
- DUVAL R., GODIN M., PERRIN-GLORIAN M.-J. (2005) Reproduction de figures à l'école élémentaire. In Castela C. et Houdement C. (Eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2004*, (pp. 5-89). Paris : IREM.
- ERMEL (2006), *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes, manuel Cycle 3*. Paris : Hatier.
- ERRERA J.P., HÉRAUD J.L. (2006) Sémantique et didactique des « jeux de langage ». In Durand-Guerrier V., Héraud J. L., Tisseron C. (Eds.) *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration des savoirs* (pp.15~40). Lyon : Presses Universitaires de Lyon.
- FORMAN E, ANSELL E. (2001) The multiple voices of mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 46(1/3) 115~142.
- FREGE G. (1971) (textes publiés entre 1879 et 1925, traduits et rassemblés en 1971) *Écrits logiques et philosophiques*. Paris : Seuil.
- GIROUX J. (2004) Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation. *Revue des Sciences de l'Éducation* 30(2) 303~307.
- HÉRAUD J.L. (2005) Concepts et outils de la sémantique logique. La fonction du « paradoxe sémantique » dans l'épistémologie et la didactique des disciplines. *Actes électroniques du colloque international de l'ARFISE « Didactiques : quelles références épistémologiques ? »* Bordeaux.
- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 11 175~193.
- LABORDE C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique, deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse d'état de l'université Joseph Fourier ~ Grenoble1.
- LABORDE C. (2000) Dessin et texte dans l'enseignement de la géométrie : leurs interrelations en évolution de l'école élémentaire au début de l'enseignement secondaire. In d'Amore B., Bagni T. (Eds.) *Didattica della Matematica nel III Millennio*, (pp.73~92). Bologne : Pitagora Editrice.
- LAUGIER S. (1992) *L'anthropologie logique de Quine. L'apprentissage de l'obvie*. Paris : Vrin.
- LAUGIER S. (1995) Une ou deux indéterminations. *Archives de Philosophie* 58(1) 73~96
- MARGOLINAS C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a-posteriori des situations. In Margolinas (Ed.) *Les Débats de Didactique des Mathématiques* (pp.89~102). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MATHÉ A.C. (2006a) *Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique et partagé en cycle 3 ~ Analyse de la portée des jeux de langage dans un Atelier de géométrie en cycle 3 et modélisation des gestes de l'enseignant en situation*. Thèse de l'Université Lyon 1.
- MATHÉ A.-C. (2006b) Élaboration d'une référence partagée : un exemple en géométrie des solides en classe de CM1 ~ CM2. In Durand-Guerrier V., HÉRAUD J. L., TISSERON C. (Eds.) *Jeux et enjeux de langage dans*

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

*Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques, 32(2), 195-228.*

- l'élaboration des savoirs* (pp. 117-135). Lyon : Presses Universitaires de Lyon.
- MATHÉ A.-C., BARRIER T. (2009) Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire spécifique et de références partagées en géométrie en cycle 3 de l'école primaire. In Bloch I., Conne F. (Eds.) *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques - La géométrie, les documents pour l'enseignement, le métier de chercheur en didactique - Cours de la XIV<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques Sainte Livrade (Lot et Garonne)*, 2007 (CDrom). Grenoble : La Pensée Sauvage
- MORGAN C. (2006) What does social semiotics have to offer mathematics education research? *Educational Studies in Mathematics* 61(1/2) 219-245.
- PASTORINI C. (2007) L'analyse philosophique du mental chez Wittgenstein. *Philopsis* [http://www.philopsis.fr/IMG/pdf/wittgenstein\\_pastorini.pdf](http://www.philopsis.fr/IMG/pdf/wittgenstein_pastorini.pdf)
- PEDEMONTE B. (2002) *Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble I et Università di Genova.
- QUINE W.V.O. (1961) Les deux dogmes de l'empirisme. In Laugier S. (Ed.) *Du point de vue logique* (Trad. Alsaleh C., Ambroise B., Bonnay D., Bozon S., Cozic M., Laugier S., de Rouilhan P., Vidal-Rosset J. 2004 pp.49-81). Paris : Gallimard.
- QUINE W.V.O. (1969) Philosophie de la logique. (Trad. Largeault J 1975) Paris : Aubier - Montaigne
- QUINE W.V.O. (1960) *Le mot et la chose*. (Trad Dopp J., Gochet P. 1977) Paris : Flammarion
- ROBOTTI E. (2008) Les rôles du langage dans la recherche d'une démonstration en géométrie plane. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 28(2) 183-220.
- SARRAZY B. (2005) La théorie des situations : une théorie anthropologique des mathématiques ? In Salin M.H., Clanché P., Sarrazy B. (Eds.) *Sur la théorie des situations. Questions, Réponses, Ouverture. Hommage à Guy Brousseau* (pp.375-390). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SENSEVY G. (2002) Des catégories pour l'analyse comparée de l'action du professeur : un essai de mise à l'épreuve. In Venturini P., Amade-Escot C., Trisse A. (Eds.) *Études des pratiques effectives : l'approche des didactiques* (pp.25-46), Grenoble : la Pensée Sauvage.
- SFARD A. (2001) There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics* 46(1/3) 13-57.
- TISSERON C. (2005) Autour de la rationalité (en référence à Gilles Gaston Granger). In *Actes électroniques du colloque international de l'ARFISE « Didactiques : quelles références épistémologiques ? »*, IUFM de Bordeaux
- TISSERON C, SOUDANI O., SOUDANI M. (2006) Jeux et enjeux de langage dans la construction des concepts de circuits électriques en série et en parallèle à l'école primaire. In Durand-Guerrier V., Héraud J. L., Tisseron C. (Eds.) *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration des savoirs* (pp. 137-157). Lyon : Presses Universitaires de Lyon.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.

- TOULMIN S.E. (1958) *Les usages de l'argumentation* (Trad. Branbanter P. 1994). Paris : PUF.
- WITTGENSTEIN L. (1921) *Tractatus logico-philosophicus, suivi de Investigations philosophiques* (Trad. Klossowski P. 1961). Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN L. (1933) *Grammaire Philosophique* (Trad. Lescourret M.-A. 1980). Paris : Gallimard.
- WITTGENSTEIN L. (1953) *Recherches philosophiques* (Trad. Dastur F., Elie M., Gautero J.-L., Janicaud D. & Rigal E. 2004). Paris : Gallimard.

*Preprint- droits réservés à La pensée sauvage, eds.*

Mathé, A.-C. (2012). *Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32(2), 195-228.